

MATEMATIKA

ÚVOD

Vzdelávací štandard pre učebný predmet matematika nepredstavuje iba súhrn katalógov, ktoré stanovujú výkony a obsah vyučovacieho predmetu, ale je to predovšetkým program rôznych činností a otvorených príležitostí na rozvíjanie individuálnych učebných možností žiakov.

Vzdelávací štandard pozostáva z charakteristiky predmetu a základných učebných cieľov, ktoré sa konkretizujú vo výkonovom štandarde. Je to ucelený systém výkonov, ktoré sú vyjadrené kognitívne odstupňovanými konkretizovanými cieľmi – učebnými požiadavkami. Tieto základné požiadavky môžu učitelia ešte viac špecifikovať, konkretizovať a rozvíjať v podobe ďalších blízkych učebných cieľov, učebných úloh, otázok, či testových položiek.

K vymedzeným výkonom sa priraduje obsahový štandard, v ktorom sa zdôrazňujú pojmy ako kľúčový prvok vnútornej štruktúry učebného obsahu. Učivo je v ňom štruktúrované podľa jednotlivých tematických celkov. Je to základ vymedzeného učebného obsahu. To však nevyklučuje možnosť učiteľov tvorivo modifikovať stanovený učebný obsah v rámci školského vzdelávacieho programu.

Vzdelávací štandard učebného predmetu matematika ako program aktivity žiakov je koncipovaný tak, aby vytváral možnosti na tie kognitívne činnosti žiakov, ktoré operujú s pojmami, akými sú hľadanie, pátranie, skúmanie, objavovanie, lebo v nich spočíva základný predpoklad poznávania a porozumenia. V tomto zmysle nemajú byť žiaci len pasívnymi aktérmi výučby a konzumentmi hotových poznatkov, ktoré si majú len zapamätať a následne zreprodukovať.

Dokument formuluje požiadavky na žiakov, ktorí nebudú maturovať z matematiky; požiadavky na maturantov určuje dokument *Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky*. Pre lepší prehľad uvádzame v závere dokumentu orientačný prehľad tém, ktoré nie sú náplňou Štátneho vzdelávacieho programu, ale sú obsiahnuté v požiadavkách na maturitu z matematiky. Je na rozhodnutí školy, ako tieto témy zaradí do vyučovania pre budúcich maturantov z matematiky, resp. pre študentov, ktorí chcú pokračovať v štúdiu na vysokej škole technického alebo prírodovedného zamerania (napr. formou voliteľných seminárov v posledných dvoch rokoch štúdia – odporúčaný rozsah takýchto seminárov je minimálne 6 hodín, alebo zaradením do svojho ŠkVP).

CHARAKTERISTIKA PREDMETU

Učebný predmet matematika na gymnáziách je zameraný na rozvoj matematickej kompetencie tak, ako ju formuloval Európsky parlament: „Matematická kompetencia je schopnosť rozvíjať a používať matematické myslenie na riešenie rôznych problémov v každodenných situáciách. Vychádzajúc z dobrých numerických znalostí sa dôraz kladie na postup a aktivitu, ako aj na vedomosti. Matematická kompetencia zahŕňa na rôznych stupňoch schopnosť a ochotu používať matematické modely myslenia (logické a priestorové myslenie) a prezentácie (vzorce, modely, diagramy, grafy, tabuľky).“

CIELE PREDMETU

Žiaci

- získajú schopnosť používať matematiku a matematické myslenie vo svojom budúcom živote,
- rozvíjajú svoje logické a kritické myslenie,
- argumentujú, komunikujú a spolupracujú v skupine pri riešení problému,
- čítajú s porozumením súvislé texty obsahujúce čísla, závislosti a vzťahy a nesúvislé texty obsahujúce tabuľky, grafy a diagramy,
- využívajú pochopené a osvojené postupy a algoritmy pri riešení úloh,
- vyhľadávajú, získavajú a spracúvajú informácie vrátane samostatnej práce s učebnicou a ďalšími textami,
- osvoja si základné matematické pojmy, poznatky, znalosti a postupy,
- spoznajú matematiku ako súčasť ľudskej kultúry a dôležitý nástroj pre spoločenský pokrok.

Hlavným cieľom vyučovania matematiky je, aby žiak získal schopnosť používať matematiku a matematické myslenie v svojom budúcom živote. Tomu musí zodpovedať

- spôsob vyučovania

Vyučovanie treba viesť tak, aby rozvíjalo logické a kritické myslenie žiakov, ich schopnosť argumentovať a umožnilo každému z nich získať poznatky objavovaním. Dostatočnú pozornosť a čas treba venovať použitiu získaných poznatkov pri riešení reálnych úloh. Zvyšovanie výpočtovej zručnosti a automatizácie výpočtov nesmie byť na úkor objavovania, pochopenia a aplikácie získaných poznatkov pri riešení úloh. Dôležitou súčasťou vyučovania je aj využívanie prostriedkov IKT. Použitie vhodného softvéru by malo uľahčiť niektoré namáhavé výpočty alebo postupy a umožniť tak sústredenie sa na podstatu riešeného problému.

- aj jeho náplň

Žiak sa má oboznámiť so základnými matematickými nástrojmi a spôsobmi reprezentácie (vzorce, premenné a funkcie, modely, diagramy, grafy, tabuľky), a to predovšetkým prostredníctvom riešenia úloh s rôznorodým kontextom, má získať skúsenosti s matematizáciou reálnej situácie a tvorbou matematických modelov. Prostredníctvom riešenia úloh by sa mal žiak oboznamovať aj s príkladmi praktického použitia matematiky v súčasnosti aj v minulosti.

Ciele a požiadavky uvedené v predchádzajúcom odseku sa týkajú všetkých žiakov, bez ohľadu na to, či budú alebo nebudú z matematiky maturovať. Maturant v porovnaní so žiakom, ktorý nebude z matematiky maturovať, má dosiahnuť vyšší stupeň automatizácie výpočtových zručností, používať väčší rozsah matematických nástrojov a dosiahnuť vyšší stupeň formalizácie matematických poznatkov (vrátane používania symboliky a odbornej terminológie) a abstrakcie.

VZDELÁVACÍ ŠTANDARD

Vzdelávací obsah predmetu je rozdelený na päť tematických okruhov (každému z nich zodpovedá jedna kapitola tohto vzdelávacieho štandardu):

- Čísla, premenná a početné výkony s číslami
- Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy
- Geometria a meranie
- Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika
- Logika, dôvodenie, dôkazy.

V každej kapitole sú v časti *Obsahový štandard* (rozdelenom spravidla na dve menšie časti s názvami *Pojmy* a *Vlastnosti a vzťahy*) vymenované termíny a vzťahy (vzorce, postupy, tvrdenia), ktoré má žiak ovládať. Toto ovládanie v prípade pojmov znamená, že žiak

- rozumie týmto pojmom, ak sú použité v zadaniach úloh,
- vie ich správne použiť pri formuláciách svojich odpovedí,
- vie ich stručne opísať (definovať).

V prípade vlastností a vzťahov ovládaním rozumieme žiakovu schopnosť vybaviť si tieto vzťahy v mysli (bez toho, aby mu bolo potrebné pripomínať konkrétnu podobu uvedeného vzťahu, postupu či tvrdenia) a použiť ich pri riešení danej úlohy (pričom spôsob tohto použitia špecifikuje časť *výkonový štandard*). Kvôli prehľadnosti neuvádzame úplné znenie jednotlivých vzťahov so všetkými predpokladmi a podmienkami, ale len takú ich podobu, z ktorej je jasné, aké tvrdenie máme na mysli.

Pri formulácii vzdelávacieho štandardu pre gymnázium predpokladáme, že žiak splní požiadavky formulované vo vzdelávacom štandarde z matematiky pre základnú školu. V snahe o zachovanie prehľadnosti v texte štandardu pre gymnázium neopakujeme všetky výkonové štandardy základnej školy, uvádzame spravidla iba tie, ktoré sú potrebné na to, aby vzdelávací štandard pre gymnázium bol formulovaný ako relatívne samostatný dokument. Podobne snaha o relatívnu samostatnosť jednotlivých kapitol viedla k tomu, že niektoré výkonové štandardy sa môžu vyskytnúť na viacerých miestach tohto materiálu.

ČÍSLA, PREMENNÁ A POČTOVÉ VÝKONY S ČÍSLAMI

ČÍSLA A ICH ZÁPIS

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ používať kalkulačku na (približný) výpočet číselných výrazov a hodnôt funkcií, pričom zvolí spôsob výpočtu, ktorý v danej situácii vedie k čo najpresnejšiemu výsledku, ✓ porovnať dve reálne čísla na úrovni presnosti kalkulačky (<i>napr. výpočtom ich rozdielu</i>), ✓ vyplniť číselné údaje vo formulári vyžadujúcom použitie základných početných operácií a výpočet percent, ✓ využiť počítanie s mocninami 10 (súčin a podiel) <ul style="list-style-type: none"> • pri rádovom odhade výsledku, • pri premene jednotiek, ✓ upraviť reálne číslo na tvar $\pm a \cdot 10^n$, kde n je celé číslo a a číslo z intervalu $\langle 1, 10 \rangle$, ✓ používať, prečítať, zapísať, sčítať, odčítať, násobiť a deliť čísla zapísané vedeckým spôsobom, ✓ používať pravidlá pre počítanie s mocninami a odmocninami pri úprave jednoduchých výrazov, ✓ zaokrúhliť (aritmeticky, nahor, nadol) na daný počet platných 	<p><i>Pojmy:</i> konštanta, premenná, n-ciferné číslo, desatinný rozvoj (konečný, nekonečný a periodický), desatinné číslo, racionálne číslo, iracionálne číslo, reálne číslo, odmocnina (druhá), n-tá odmocnina, mocnina (s prirodzeným, celočíselným a racionálnym exponentom), základ mocniny, exponent, číslo vypočítané s danou presnosťou (na daný počet desatinných miest), zaokrúhlená hodnota, približná hodnota, platná číslica (<i>v zápise približného čísla</i>), (absolútna) chyba približného čísla, vedecký zápis čísel, pozičná číselná sústava, desiatková a dvojková sústava, dekadický a dvojkový zápis.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • zátvorky a poradie operácií pri výpočtoch, • racionálne čísla majú konečný alebo nekonečný periodický desatinný rozvoj, iracionálne čísla majú nekonečný neperiodický desatinný rozvoj, • $a^0 = 1$,

<p>číslic,</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ používať zjednodušené pravidlá na počítanie s približnými číslami, ✓ vysvetliť odhad chyby súčtu dvoch približných čísel a súčinu presného a nepresného čísla, ✓ počítať s približnými hodnotami vrátane odhadu absolútnej chyby súčtu viacerých sčítancov, resp. súčinu presného a približného čísla, ✓ vysvetliť princíp zápisu v pozičnej sústave a na základe toho prepísať číslo z pozičnej sústavy s iným základom ako 10 do desiatkovej sústavy, ✓ vysvetliť princíp sčítania a násobenia v pozičnej sústave (<i>napr. dvojkovej</i>). 	<ul style="list-style-type: none"> • $a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$, • $x^{r+s} = x^r x^s$, $(x^r)^s = x^{rs}$, $\frac{1}{x^r} = x^{-r}$, $\frac{x^r}{x^s} = x^{r-s}$, $(xy)^r = x^r y^r$, • $\left(\frac{x}{y}\right)^r = \frac{x^r}{y^r}$, • $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$, $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$ • zjednodušené pravidlá pre počítanie s približnými číslami (presnosť súčtu a rozdielu, počet platných cifier súčinu a podielu).
--	--

ZÁKLADNÉ VÝPOČTOVÉ POSTUPY

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ použiť percentá, trojčlenku, priamu a nepriamu úmernosť a pomer na riešenie jednoduchých úloh (<i>napr. práca s mierkou mapy</i>) a odvodenie jednoduchých vzťahov (<i>napr. vzorec na výpočet obsahu kruhového výseku</i>), ✓ posúdiť správnosť tvrdení vychádzajúcich z percentuálnych údajov (<i>napr. údaje o veľkosti zľavy</i>), ✓ „ručne“ alebo pomocou tabuľkového kalkulátora (kalkulačky) riešiť jednoduché úlohy na pravidelné vkladanie alebo vyberanie súm z banky, ✓ na konkrétnom príklade vysvetliť princíp splácania pôžičky, ✓ v jednoduchých prípadoch na základe výpočtu úrokovej miery porovnať výhodnosť dvoch pôžičiek. 	<p><i>Pojmy:</i> úmernosť (priama a nepriama), trojčlenka, pomer, percento, promile, základ (<i>pre počítanie s percentami</i>), úrok, (ročná) úroková miera, jednoduché a zložené úrokovanie.</p>

PREMENNÉ A ROVNICE

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ dosadiť do vzorca, ✓ zapísať jednoduché vzťahy opísané slovné pomocou premenných, konštant, rovností a nerovností, ✓ nájsť všetky riešenia lineárnej a kvadratickej rovnice, ✓ zdôvodniť postup riešenia lineárnej rovnice a opísať prípady, kedy má lineárna rovnica jedno, žiadne alebo nekonečne veľa riešení, ✓ na konkrétnom príklade vysvetliť myšlienku riešenia kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ <ul style="list-style-type: none"> • v prípade $b \neq 0, c = 0$ rozkladom na súčin, • v prípade $b \neq 0, c \neq 0$ úpravou na úplný štvorec, ✓ nájsť všetky riešenia rovníc s jednou neznámou, ktoré možno previesť na riešenie lineárnej alebo kvadratickej rovnice niektorou z ekvivalentných alebo dôsledkových úprav uvedených v časti <i>Vlastnosti a vzťahy</i>, <ul style="list-style-type: none"> • možno vynímaním pred zátvorku zapísať v tvare $x^n(ax+b)=0$, $x^n(ax^2 + bx + c)=0$, • sú zapísané v tvare $f(x) \cdot g(x)=0$, pričom vie riešiť rovnice 	<p><i>Pojmy:</i> rovnica, nerovnica, sústava rovníc, neznáma, koreň, diskriminant, doplnenie do štvorca (<i>pre kvadratický mnohočlen</i>), kontrola (skúška) riešenia, úpravy rovnice (ekvivalentné, neekvivalentné, dôsledkové).</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ • ekvivalentné úpravy: pripočítanie čísla k obidvom stranám rovnice, vynásobenie obidvoch strán rovnice nenulovým číslom, pripočítanie výrazu tvaru ax^n (a je reálna konštanta, x je neznáma, n je prirodzené číslo) k obidvom stranám rovnice, • dôsledkové úpravy: umocnenie obidvoch strán rovnice na druhú, vynásobenie obidvoch strán rovnice lineárnym výrazom $ax+b$ (a, b sú reálne konštanty, x je neznáma), • diskriminant kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ je $D = b^2 - 4ac$, • riešením kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ sú $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$,

<p>$f(x)=0, g(x)=0,$</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ pri riešení konkrétnych rovníc zdôvodniť, ktoré z použitých úprav sú ekvivalentné a ktoré neekvivalentné, v prípade dôsledkových úprav vykonať skúšku ako súčasť riešenia, ✓ nájsť všetky riešenia sústavy dvoch lineárnych rovníc s 2 neznámymi, ✓ nájsť všetky riešenia sústavy 2 rovníc s 2 neznámymi, ktorú možno použitím dosadzovacej metódy (<i>z jednej z rovníc vie vyjadriť jednu neznámu pomocou druhej</i>) previesť na riešenie rovnice s jednou neznámou (<i>napr. sústava kvadratickej a lineárnej rovnice</i>). 	<ul style="list-style-type: none"> • vzťah medzi diskriminantom a počtom (navzájom rôznych) koreňov kvadratickej rovnice, • vzťah medzi znamienkom súčinu (podielu) dvoch výrazov a znamienkom jednotlivých činiteľov (delenca a deliteľa).
---	---

VZŤAHY, FUNKCIE, TABUĽKY, DIAGRAMY

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ z grafu funkcie odčítať s dostatočnou presnosťou veľkosť funkčnej hodnoty a naopak – zaznačiť známu veľkosť funkčnej hodnoty do grafu, ✓ nájsť pre dané hodnoty nezávislých premenných hodnotu závisle premennej, ak je vzťah medzi závislou a jednou alebo dvoma nezávislými premennými opísaný vzorcom alebo tabuľkou, ✓ v jednoduchých prípadoch rozhodnúť, či niektorá z dvoch daných premenných veličín je funkciou druhej z nich, ✓ zostrojiť graf lineárnej a kvadratickej funkcie podľa jej predpisu, ✓ určiť predpis lineárnej funkcie na základe jej grafu, ✓ určiť súradnice vrcholu paraboly z predpisu kvadratickej funkcie alebo jej grafu, ✓ na základe vlastností priamej úmernosti zdôvodniť, prečo jej grafom je priamka prechádzajúca počiatkom súradnicovej sústavy, ✓ na intervaloch $(-\infty, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \infty)$ schematicky načrtnúť a porovnať grafy funkcií $y = x^n$ pre rôzne hodnoty $n \in \mathbb{Z}$, ✓ načrtnúť grafy funkcií a^x, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\log_a x$ (pre $a \in (0, 1)$) 	<p><i>Pojmy:</i> premenná (veličina), nezávisle a závisle premenná, funkcia, predpis funkcie, funkčná hodnota (v danom bode), definičný obor funkcie, obor hodnôt funkcie, graf funkcie, súradnicové osi, súradnice bodu, bodové a spojnicové grafy, rastúca, klesajúca, monotónna funkcia, maximum (minimum) funkcie, zhora (zdola) ohraničená funkcia, ohraničená funkcia, periodická funkcia, lineárna a kvadratická funkcia (závislosť), vrchol paraboly, mocninová funkcia, exponenciálna funkcia, základ exponenciálnej funkcie, logaritmus, goniometrická funkcia, jednotková kružnica, sínus, kosínus, tangens, interval (otvorený, uzavretý, ohraničený, neohraničený), prienik a zjednotenie intervalov.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • súvis koreňov rovnice $f(x)=0$ a priesečníc grafu funkcie f s osou x, súvis riešenia rovnice $f(x)=a$ s grafom funkcie f, súvis riešenia rovnice $f(x)=g(x)$ s grafmi funkcií f a g, • grafom konštantnej a lineárnej (resp. kvadratickej) funkcie je priamka (resp. parabola),

<p>aj $a > 1$),</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ použiť tabuľkový kalkulátor na zostrojenie grafu funkcie f a približné riešenie rovníc tvaru $f(x)=0$, $f(x)=a$ (kde a je dané číslo), $f(x)=g(x)$, ✓ rozhodnúť o existencii riešenia rovnice $f(x)=0$, $f(x)=a$, resp. $f(x)=g(x)$, pokiaľ vie načrtnúť alebo pomocou tabuľkového kalkulátora zostrojiť graf funkcie f, resp. grafy funkcií f a g, ✓ nájsť pomocou kalkulačky riešenie rovnice $f(x)=a$, kde f je niektorá z goniometrických funkcií \sin, \cos, tg, ✓ z daného grafu funkcie (vrátane prípadov, keď na zostrojenie grafu treba použiť tabuľkový kalkulátor) <ul style="list-style-type: none"> • určiť (presne alebo približne) <ul style="list-style-type: none"> • jej extrémny, • intervaly, na ktorých funkcia rastie (klesá, je konštantná), • jej najväčšie, resp. najmenšie hodnoty na danom intervale $\langle a, b \rangle$, • body (alebo intervaly), v ktorých nadobúda kladné, resp. záporné, resp. nulové hodnoty, • zistiť, či je na danom intervale I zdola (zhora) ohraničená, ✓ opísať a pomocou grafov funkcií interpretovať množinu všetkých 	<ul style="list-style-type: none"> • súvis koeficientov k a q s podobou grafu lineárnej funkcie $y = kx + q$, jej rastom, resp. klesaním a rýchlosťou zmeny, • kvadratická funkcia má na R jediný extrém, minimum v prípade kladného koeficientu pri kvadratickom člene, maximum v opačnom prípade, • parabola (t.j. graf kvadratickej funkcie) je súmerná podľa rovnobežky s osou y, prechádzajúcej vrcholom paraboly, • súvis medzi rastom/klesaním exponenciálnej funkcie a^x a hodnotou a, • hodnoty goniometrických funkcií pre uhly $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ako pomery strán pravouhlého trojuholníka, • $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.
--	--

<p>riešení dvoch lineárnych rovníc s 2 neznámymi, na základe tejto interpretácie opísať prípady, kedy má takáto sústava jedno, žiadne alebo nekonečne veľa riešení,</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ u daného grafu na intuitívnej úrovni pracovať s pojmom rýchlosť zmeny, ✓ načrtnúť graf funkcie daných jednoduchých vlastností (rast/klesanie, lokálne maximá/minimá, kladnosť/zápornosť, ohraničenosť, súmernosti), ✓ graficky znázorniť na číselnej osi množinu riešení nerovnice $f(x)*a$, kde $*$ je jeden zo symbolov $<, \leq, >, \geq$, pokiaľ vie načrtnúť alebo pomocou tabuľkového kalkulátora zostrojil graf funkcie f, ✓ nájsť všetky riešenia nerovnice $f(x)*a$, pokiaľ vie riešiť rovnicu $f(x) = a$ (presne alebo s určenou presnosťou pomocou tabuľkového kalkulátora) a súčasne vie načrtnúť alebo pomocou tabuľkového kalkulátora zostrojil graf funkcie f, ✓ riešiť lineárne a kvadratické nerovnice, ✓ vysvetliť súvis medzi riešením kvadratickej rovnice a kvadratickej nerovnice, ✓ rozlíšiť lineárnu a exponenciálnu závislosť a uviesť typické príklady týchto závislostí, 	
--	--

<ul style="list-style-type: none"> ✓ vysvetliť pravidlá pre počítanie s mocninami $a^{r+s} = a^r a^s$, $(a^r)^s = a^{rs}$, $\frac{1}{a^r} = a^{-r}$ pre prirodzené a celočíselné exponenty r, s, $\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$ pre prirodzené n, ✓ na konkrétnom príklade vysvetliť, ako z opisu exponenciálneho rastu (za rovnaký čas x sa hodnota y zväčší vždy o rovnaký počet percent) vyplýva predpis exponenciálnej funkcie $y = a^x$, ✓ vyriešiť jednoduché príklady na výpočet úrokov, pravidelné vkladanie alebo vyberanie peňazí z banky, ✓ použiť goniometrické funkcie pri výpočte prvkov pravouhlého trojuholníka, ✓ vyjadriť $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ pre $\alpha \in R$ ako sínus, kosínus alebo tangens vhodného uhla $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, ✓ v jednoduchých prípadoch zvoliť vhodnú reprezentáciu daného vzťahu medzi dvoma veličinami, ✓ jednoduchý vzťah opísaný slovne (špeciálne lineárnu závislosť) zapísať pomocou konštánt a premenných. 	
--	--

GEOMETRIA A MERANIE

ZÁKLADNÉ ROVINNÉ ÚTVARY A ICH VLASTNOSTI

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ rozhodnúť, či sú dva trojuholníky zhodné alebo podobné, ✓ vlastnosti zhodnosti a podobnosti použiť vo výpočtoch a pri odvodzovaní ďalších vzťahov (<i>napr. niektorých vzorcov pre výpočet obsahu alebo vzťahov pre výpočet neprístupných dĺžok</i>), ✓ odvodiť Pytagorovu a Euklidove vety, vypočítať dĺžky i vzdialenosti pomocou týchto viet, ✓ vysvetliť myšlienku odvedenia vzorcov pre obsah rovnobežníka, trojuholníka a lichobežníka, ✓ vysvetliť (<i>napr. pomocou priamej úmernosti</i>) odvedenie vzorca na výpočet dĺžky kruhového oblúka a obsahu kruhového výseku, ✓ používať vzorce na výpočet obsahu základných rovinných útvarov vrátane jednoduchých prípadov, keď je potrebné niektoré údaje dopočítať z ostatných údajov, ✓ vypočítať obsah rovinných útvarov rozložiteľných na základné rovinné útvary, ✓ približne vypočítať obvod a obsah narysovaných trojuholníkov, n-uholníkov, kruhov a ich častí, 	<p><i>Pojmy:</i> Bod, priamka, polpriamka, úsečka, stred úsečky, polrovina, rovnobežné a rôznobežné priamky, uhol (ostrý, pravý, tupý), vrchol a rameno uhla, uhlová miera: stupeň, minúta, sekunda, susedné, vrcholové, súhlasné a striedavé uhly, os úsečky, os uhla, kolmé priamky, kolmica.</p> <p>Kružnica, jej stred, polomer a priemer, kružnicový oblúk, dotyčnica ku kružnici, kruhový výsek a odsek, medzikružie.</p> <p>Trojuholník, ostrouhlý, pravouhlý, tupouhlý, rovnoramenný a rovnostranný trojuholník, vrchol, strana a výška trojuholníka, ťažnica a ťažisko trojuholníka, kružnica trojuholníku vpísaná a opísaná.</p> <p>Vrchol, strana a uhlopriečka štvoruholníka a mnohoúholníka, rovnobežník, kosoštvorec, obdĺžnik, štvorec, lichobežník, rovnoramenný a pravouhlý lichobežník, základňa a rameno lichobežníka, výška rovnobežníka a lichobežníka, pravidelný mnohoúholník.</p> <p>Obsah a obvod rovinného útvaru.</p>

<p>✓ rozhodnúť o vzájomnej polohe</p> <ul style="list-style-type: none"> • priamky a kružnice, • dvoch kružníc, ak pozná ich polomery a vzdialenosť stredov, <p>✓ odvodiť Tálesovu vetu a využiť ju pri jednoduchých konštrukčných úlohách,</p> <p>✓ použiť geometriu pravouhlého trojuholníka na výpočet veľkosti jeho uhlov a dĺžok strán,</p> <p>✓ rozhodnúť, či je daný útvar osovo (stredovo) súmerný.</p>	<p>(Karteziánska) súradnicová sústava na priamke (číselná os) a v rovine, súradnice bodu. Os súmernosti. Stred súmernosti. Osovo (stredovo) súmerný útvar.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • súhlasné uhly pri dvoch rovnobežkách sú rovnaké, • striedavé uhly pri dvoch rovnobežkách sú rovnaké, • súčet susedných uhlov je 180°, • vrcholové uhly sú rovnaké, • trojuholníková nerovnosť, • súčet vnútorných uhlov trojuholníka, • oproti väčšej (rovnej) strane leží väčší (rovnaký) uhol, oproti rovnakým stranám ležia rovnaké uhly, • vyjadrenie obsahu trojuholníka pomocou dĺžky strany a k nej príslušnej výšky, • Pytagorova veta, Euklidove vety, • goniometria pravouhlého trojuholníka, • zhodné a podobné trojuholníky, vety o zhodnosti (sss, sus, usu, Ssu) a podobnosti (sss, sus, uu) trojuholníkov, • vzťah medzi pomerom podobnosti dvoch trojuholníkov a <ul style="list-style-type: none"> • dĺžkami odpovedajúcich si úsečiek,
---	---

	<ul style="list-style-type: none">• veľkosťami odpovedajúcich si uhlov,• ich plošnými obsahmi,• kolmosť dotyčnice k príslušnému polomeru kružnice,• Tálesova veta,• závislosť vzájomnej polohy kružnice a priamky na polomere kružnice a vzdialenosti jej stredu od priamky,• dotykový bod dvoch kružníc leží na spojnici stredov kružníc, závislosť vzájomnej polohy dvoch kružníc od vzdialenosti stredov kružníc a ich polomerov,• vzťahy pre výpočet obvodu a obsahu kruhu, dĺžku kružnicového oblúka a obsahu kruhového výseku,• rovnobežnosť a rovnaká veľkosť protiľahlých strán rovnobežníka,• rozpoľovanie uhlopriečok v rovnobežníku,• rovnosť protiľahlých vnútorných uhlov v rovnobežníku,• zhodnosť uhlopriečok obdĺžnika a štvorca,• vzájomná kolmosť uhlopriečok štvorca a kosoštvorca,• pravidelnému n-uholníku sa dá vpísať a opísať kružnica,• v rovnoramennom lichobežníku sú rovnaké uhlopriečky a rovnaké uhly pri základni,• obsah rovnobežníka vyjadrený pomocou strany a príslušnej výšky,• obsah lichobežníka vyjadrený pomocou výšky a veľkosti základní.
--	---

MNOŽINY BODOV DANÝCH VLASTNOSTÍ A KONŠTRUKCIE

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ geometricky opísať, načrtnúť a narysovať množiny bodov, ktoré majú <ul style="list-style-type: none"> • konštantnú vzdialenosť <ul style="list-style-type: none"> • od bodu, • priamky, • kružnice, • rovnakú vzdialenosť od <ul style="list-style-type: none"> • dvoch bodov, • dvoch rovnobežných priamok, • dvoch rôznobežných priamok, ✓ zdôvodniť, prečo tieto množiny majú uvedenú podobu a použiť tieto množiny bodov pri riešení jednoduchých konštrukčných úloh, ✓ vysvetliť myšlienku konštrukcie osi uhla a osi úsečky, kolmice na danú priamku daným bodom (ležiacim na priamke alebo mimo nej), ✓ v jednoduchých prípadoch skonštruovať základné rovinné útvary, špeciálne zostrojiť <ul style="list-style-type: none"> • trojuholník určený 	<p><i>Pojmy:</i> Rozbor, náčrt, konštrukcia, postup konštrukcie.</p>

<ul style="list-style-type: none">• dvoma stranami a uhlom nimi zovretým,• dvoma uhlami a stranou,• tromi stranami,• ťažisko a priesečník výšok daného trojuholníka,• kružnicu<ul style="list-style-type: none">• do trojuholníka vpísanú,• trojuholníku opísanú,• dotyčnicu kružnice v danom bode kružnice,• dotyčnicu kružnice z daného vonkajšieho bodu <p>✓ na základe daného rozboru napísať postup konštrukcie,</p> <p>✓ uskutočniť konštrukciu danú opisom.</p>	
---	--

ZNÁZORŇOVANIE TROJROZMERNÉHO PRIESTORU

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ v „štandardnej verzii“ rovnobežného premietania (<i>obrazy úsečiek kolmých na priemetňu sa skracujú na polovicu a zvierajú uhol 45° s obrazmi zvislých úsečiek</i>) načrtnúť kváder, jednoduché teleso zložené z malého počtu kvádrov, pravidelný n-boký ihlan a hranol, ✓ nakresliť bokorys, pôdorys a nárys jednoduchých útvarov zložených z kvádrov, ✓ opísať možnosti pre vzájomné polohy ľubovoľných dvoch lineárnych útvarov (priamok a rovín) v priestore a dokumentovať ich príkladmi, ✓ rozhodnúť o vzájomnej polohe dvoch lineárnych útvarov v priestore pomocou ich obrazu vo voľnom rovnobežnom premietaní, ✓ zostrojiť rovinný rez kocky, kvádra rovinou určenou tromi bodmi ležiacimi v rovinách stien, z ktorých aspoň dva ležia v tej istej stene daného telesa, ✓ vysvetliť základné princípy zostrojenia rovinného rezu kvádom, ✓ poznať príklady iných spôsobov znázorňovania priestoru (napr. vrstevnice, lineárna perspektíva). 	<p><i>Pojmy:</i> (voľné rovnobežné) premietanie, nadhľad a podhľad sprava a zľava, priemet priestorového útvaru do roviny, bokorys, pôdorys a nárys.</p> <p>Bod, priamka a rovina v priestore, rovnobežné, rôznobežné a mimobežné priamky, rovnobežnosť a rôznobežnosť priamky a roviny, rovnobežné a rôznobežné roviny, priesečnica dvoch rovín, rez telesa rovinou.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • voľné rovnobežné premietanie zachováva deliaci pomer a rovnobežnosť, • rovnobežné (rôznobežné) priamky ležia v jednej rovine, mimobežné priamky neležia v jednej rovine, • priesečnice roviny s dvoma rovnobežnými rovinami sú rovnobežné.

TELESÁ, ICH OBJEMY A POVRCHY

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ rozhodnúť, či daná sieť je sieťou telesa daného obrazom vo voľnom rovnobežnom premietaní, ✓ načrtnúť sieť telesa daného obrazom vo voľnom rovnobežnom premietaní, ✓ vypočítať povrch a objem telies pomocou žiakovi známych alebo daných vzorcov vrátane jednoduchých prípadov, keď je potrebné niektoré údaje dopočítať z ostatných údajov, ✓ vysvetliť súvislosť rezu guľou a uhlov s geografickým súradnicovým systémom poludníkov a rovnobežiek. 	<p><i>Pojmy:</i> Teleso, vrchol, hrana a stena, kocka, sieť kocky, hranol, kolmý a pravidelný hranol, kváder, ihlan, pravidelný (n-boký) ihlan, podstava a výška ihlana, štvorsten, pravidelný štvorsten, guľa, valec, kužeľ, objem a povrch telesa.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • vzorce na výpočet objemu a povrchu kolmého n-bokého hranola, ihlana, kužeľa, valca a gule.

MERANIE

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ použiť vhodnú metódu, nástroje a vzorce pri určovaní dĺžok (na papieri, v miestnosti, v prírode), obsahov, objemov a veľkostí uhlov, ✓ premieňať jednotky dĺžky, obsahu a objemu, ✓ zistiť približné rozmery nedostupných útvarov použitím podobnosti, trigonometrie alebo merania vzdialeností na pláne zostrojenom vo vhodnej mierke. 	

KOMBINATORIKA, PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŠTATISTIKA

KOMBINATORIKA

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ navrhnuť v jednoduchých prípadoch organizáciu súboru obsahujúceho veľký počet dát, ✓ používať rôzne stratégie zisťovania počtu možností: <ul style="list-style-type: none"> • vypisovaním všetkých možností, pričom <ul style="list-style-type: none"> • vie vytvoriť systém (strom logických možností) na vypisovanie všetkých možností (ak sa v tomto strome vyskytujú niektoré možnosti viackrát, vie určiť násobnosť ich výskytu), • dokáže objaviť podstatu daného systému a pokračovať vo vypisovaní všetkých možností, • na základe vytvoreného systému vypisovania všetkých možností určí (pri väčšom počte možnosti algebraickým spracovaním) počet všetkých možností, • použitím kombinatorického pravidla súčtu a súčinu, • využitím vzorcov pre počet kombinácií, variácií, variácií s opakovaním a permutácií. 	<p><i>Pojmy:</i> (kombinatorické) pravidlo súčtu, (kombinatorické) pravidlo súčinu, permutácie, variácie a variácie s opakovaním, kombinácie, faktoriál, kombinačné číslo.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • $n! = 1.2.3. \dots . n, 0! = 1,$ • $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, C_k(n) = \binom{n}{k}, V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}, P_n = n!,$ • $V'_k(n) = n^k$

PRAVDEPODOBNOSŤ

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ uviesť príklady náhodných dejov a javov, ✓ vyriešiť úlohy na pravdepodobnosť, založené na <ul style="list-style-type: none"> • úvahách o ideálnych pokusoch (vychádzajúcich z chápania pravdepodobnosti ako ideálnej relatívnej početnosti), • hľadani pomeru všetkých priaznivých a všetkých možností, resp. všetkých nepriaznivých a všetkých priaznivých možností, ak vie tieto počty určiť riešením jednoduchých kombinatorických úloh, • doplnkovej pravdepodobnosti, • jednoduchom použití geometrickej pravdepodobnosti, • použitím vzorcov na súčet, alebo súčin pravdepodobností, ✓ na príklade vysvetliť rozdiel medzi javom s pravdepodobnosťou 0 a nemožným javom, resp. javom s pravdepodobnosťou 1 a istým javom, ✓ vysvetliť, ako vyplývajú pravidlá $P(A) + P(A') = 1$ (kde A' je doplnková udalosť k udalosti A) a $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$ (kde A, B sú navzájom vylučujúce sa udalosti) z Laplaceovej schémy, resp. z interpretácie pravdepodobnosti ako ideálnej relatívnej 	<p><i>Pojmy:</i> náhodný dej, náhodný jav, pravdepodobnosť, doplnková pravdepodobnosť, nezávislé javy, Laplaceova schéma, istý jav, nemožný jav, rozdelenie pravdepodobností, Pascalov trojuholník, geometrická pravdepodobnosť.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • pre pravdepodobnosť P udalosti A platí $0 \leq P(A) \leq 1$, • $P(A) + P(A') = 1$, kde A' je doplnková udalosť k udalosti A, • pravdepodobnosť istej udalosti je 1, nemožnej je 0, • $P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$, ak A, B sú nezávislé javy, • $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$, ak A, B sú navzájom sa vylučujúce udalosti.

<p>početnosti, ✓ rozhodnúť v jednoduchých prípadoch o správnosti použitia rovnosti $P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$.</p>	
--	--

ŠTATISTIKA

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ zostaviť tabuľky absolútnych frekvencií, ✓ urobiť triedenie a znázorniť ho, ✓ spracovať údaje do vhodne zvolených diagramov, ✓ vypočítať aritmetický priemer daných čísel, ✓ na konkrétnych príkladoch (<i>napr. priemerná úroková miera</i>) vysvetliť, ako pojem priemerná hodnota závisí od kontextu a uviesť príklady, v ktorých takouto priemernou hodnotou bude aritmetický priemer, resp. hodnota rôzna od aritmetického priemeru, ✓ zistiť v danom súbore (pôvodnom alebo v súbore, ktorý vznikol triedením) modus, medián, strednú hodnotu, rozptyl, smerodajnú odchýlku (ručne alebo použitím vhodného softvéru, napr. tabuľkového kalkulátora) a získané hodnoty interpretovať, ✓ uviesť príklady náhodných dejov, ktoré nie je vhodné modelovať normálnym rozdelením, uviesť príklady iných rozdelení početnosti/pravdepodobnosti, ✓ opísať (<i>napr. pomocou „urnového modelu“ a bernoulliovských pokusov</i>) výsledok náhodného výberu zo súboru, v ktorom 	<p><i>Pojmy:</i> diagram (stĺpcový, kruhový), histogram, absolútna a relatívna početnosť (frekvencia), rozdelenie početností (absolútnych alebo relatívnych), bernoulliovské pokusy, rozdelenie pravdepodobnosti, binomické a normálne rozdelenie pravdepodobnosti, triedenie, modus, medián, aritmetický priemer, stredná hodnota, priemerná hodnota (v závislosti od kontextu), vážený priemer, smerodajná odchýlka, rozptyl, základný a výberový súbor.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • súvis medzi binomickým a normálnym rozdelením pravdepodobnosti, • rozloženie hodnôt v súbore s približne normálnym rozdelením početností.

<p>pravdepodobnosť vybrať prvok s danou vlastnosťou je p %, </p> <ul style="list-style-type: none">✓ vysvetliť myšlienku odhadu relatívnej frekvencie skúmaného znaku v základnom súbore pomocou jeho relatívnej frekvencie v súbore získanom náhodným výberom,✓ v jednoduchých prípadoch rozhodnúť, či informácie získané z výberového súboru možno zovšeobecniť na základný súbor,✓ navrhnúť realizáciu (resp. realizovať) prieskum, graficky ho spracovať a interpretovať.	
--	--

LOGIKA, DÔVODENIE, DÔKAZY

VÝROKY A LOGICKÉ SPOJKY

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ určiť, či daná vetná konštrukcia je výrokom (vrátane prípadov, keď ide o všeobecný výrok vyjadrený bez použitia všeobecných kvantifikátorov), ✓ správne vnímať logické spojky v rôznych prostrediach, ✓ na konkrétnych príkladoch vysvetliť rozdiel medzi vylučovacím a nevylučovacím chápaním spojky <i>alebo</i>, ✓ vysvetliť rozdiel medzi implikáciou a ekvivalenciou, ✓ tvoriť zložené výroky a zistiť štruktúru a pravdivosť výrokov zložených z malého počtu jednoduchých výrokov pomocou logických spojok, ✓ utvoriť negáciu výroku pomocou pravidiel pre negáciu základných zložených výrokov a negáciu jednoduchých kvantifikátorov, ✓ vysvetliť de Morganove pravidlá pre negáciu výrokov $A \wedge B$ a $A \vee B$, ✓ dokumentovať použitie poznatkov o pravdivosti implikácií a ekvivalencií pri riešení rovníc na konkrétnych príkladoch, ✓ hľadať chyby v argumentácii a usudzovaní, 	<p><i>Pojmy:</i></p> <p>výrok, úsudok, hypotéza, tvrdenie (pravdivé a nepravdivé), definícia, logické spojky, negácia, konjunkcia, disjunkcia, implikácia, ekvivalencia, vylučovacie a nevylučovacie <i>alebo</i>, vyplýva, je ekvivalentné, kvantifikátor (existenčný, všeobecný, aspoň, najviac, práve).</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • implikácia $A \Rightarrow B$ je ekvivalentná s implikáciou $B' \Rightarrow A'$, • výroky A, B sú ekvivalentné, ak platia obe implikácie $A \Rightarrow B, B \Rightarrow A$, • pravdivosť konjunkcie, disjunkcie, implikácie, ekvivalencie a negácie, • negácia konjunkcie, disjunkcie (<i>de Morganove pravidlá</i>) a implikácie, • negácia výroku $\forall x \in M: V(x)$ (<i>protipríklad</i>) a výroku

✓ pracovať s jednoduchými návodmi, odbornými textami a ukážkami nariadení vrátane posúdenia správnosti z nich odvodených tvrdení.	$\exists x \in M : V(x)$, negácia výrokov o počte objektov s danou vlastnosťou (napr. „ <i>aspoň pre tri n platí ...</i> “)
---	--

DÔKAZY

Výkonový štandard	Obsahový štandard
<p>Žiak vie/dokáže</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ vysvetliť, kedy na dôkaz nepravdivosti tvrdenia možno použiť protipríklad, ✓ v jednoduchých prípadoch vysloviť kontrapríklad všeobecných tvrdení, ✓ opísať základné druhy dôkazov (priamy, sporom) a dokumentovať ich príkladmi, ✓ vysvetliť súvis základných druhov dôkazov s poznatkami o pravdivosti implikácie, ✓ aplikovať základné druhy dôkazov v jednoduchých prípadoch aj v situáciách bežného života. 	<p><i>Pojmy:</i> priamy dôkaz, protipríklad, dôkaz sporom.</p> <p><i>Vlastnosti a vzťahy:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • schéma priameho dôkazu a dôkazu sporom.

Orientačný prehľad tém, ktoré nie sú náplňou Štátneho vzdelávacieho programu, ale sú obsiahnuté v požiadavkách na maturitu z matematiky

(niektoré časti nasledujúcich tém sa vyskytujú aj v Štátnom vzdelávacom programe, nie však systematicky, resp. nie sú v ňom spracované do dostatočnej hĺbky)

ČÍSLA, PREMENNÁ A POČTOVÉ VÝKONY S ČÍSLAMI

Výrazy (definičný obor výrazu, substitúcia, vyjadrenie neznámej zo vzorca). Číselné obory. Mnohočleny, ich úpravy a rozklad na súčiny. Absolútna hodnota a výrazy s absolútnou hodnotou. Základy teórie čísel (deliteľnosť, prvočíslo, prvočíselný rozklad, najväčší spoločný deliteľ, najmenší spoločný násobok).

VZŤAHY, FUNKCIE, TABUĽKY, DIAGRAMY

Definičný obor funkcie a jej obor hodnôt. Zložená funkcia, prostá a inverzná funkcia. Lineárna lomená funkcia a jej asymptoty. Logaritmickej funkcia a základné vlastnosti logaritmov. Vzťahy medzi goniometrickými funkciami a goniometrické vzorce. Aritmetická a geometrická postupnosť.

Exponenciálne, logaritmickej a goniometrické rovnice, rovnice s absolútnou hodnotou, sústavy rovníc . Substitúcia, ekvivalentné a dôsledkové úpravy. Nerovnice a ich sústavy.

GEOMETRIA A MERANIE

Sínusová a kosínusová veta, použitie goniometrie pri výpočtoch vo všeobecnom trojuholníku. Obvodový a stredový uhol.

Uhol dvoch priamok, vzdialenosti v rovine (dvoch bodov, bodu od priamky, dvoch rovnobežiek).

Analytická geometria (súradnicová sústava, vektor, skalárny súčin, rovnice priamok, rovín a kružníc, smerové a normálové vektory, výpočty uhlov a vzdialeností, vzájomná poloha priamky a kružnice).

Zhodné a podobné zobrazenia.

LOGIKA, DÔVODENIE, DÔKAZY

Množiny (zjednotenie, prienik, doplnok, prázdna množina, počet prvkov zjednotenia). Intervaly, ich zjednotenia, prieniky a rozdiely. Vennove diagramy. Nepriamy dôkaz implikácie.